UPPSALA UNIVERSITET
MATEMATISKA INSTITUTIONEN
Magnus Jacobsson
Ryszard Rubinsztein
Jörgen Östensson

LINJÄR ALGEBRA OCH GEOMETRI I

Tentamensförberedande uppgift 1

1. (a) Vilka villkor måste talen b_1, b_2, b_3, b_4 uppfylla för att ekvationssystemet

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcrcrcl} 2x_1 & - & 3x_2 & - & 4x_3 & - & 5x_4 & + & 2x_5 & = & b_1 \\ -x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & 3x_4 & - & x_5 & = & b_2 \\ 3x_1 & - & 5x_2 & - & 7x_3 & - & 8x_4 & + & x_5 & = & b_3 \\ x_1 & - & x_2 & - & x_3 & - & 2x_4 & + & 2x_5 & = & b_4 \end{array}\right.$$

skall ha någon lösning?

(b) Lös ekvationssystemet för $(b_1, b_2, b_3, b_4) = (1, 2, 1, 2)$.

2. Lös det linjära ekvationssystemet

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & (a+1)y & + & z & = & a \\ ax & + & 2y & + & z & = & 1 \\ (a+1)x & + & y & + & 2z & = & 2 \end{array}\right.$$

för alla värden på den reella konstanten a.

3. För vilka värden på den reella konstanten b är matrisen

$$B = \begin{pmatrix} 1 & b & 0 \\ b & 1 & b \\ 0 & b & 1 \end{pmatrix}$$

inverterbar? Bestäm B^{-1} för dessa värden på b.

4. Låt

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ -5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \ C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \ D = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Lös matrisekvationen

$$(A + DXB)^{-1} = C.$$

5. Lös ekvationen

$$\begin{vmatrix} x & 2x & 4 & x \\ 1 & 2 & 2x & 1 \\ 2x & x-1 & 2 & 3x \\ 2 & x+1 & x+3 & x-1 \end{vmatrix} = 0\,.$$

6. Lös ekvationen

$$\begin{vmatrix} 2 & x & x & 1 \\ 2x & 6x & 10 & 2 \\ x & 3x-4 & 2 & 1 \\ x & 3 & 1 & x \end{vmatrix} = 0\,.$$